

## تئوری پرتفلیو

فصل ۶

دکتر رضا تهرانی، عسگر نوربخش

(مدیریت سرمایه گذاری)

انتشارات نگاه دانش

مدیریت پرتفلیو

مدیریت مجموعه سرمایه گذاری یک سرمایه گذار در قالب پرتفلیو (مجموعه داراییها) با ویژگیهای خاص خود.

تجزیه و تحلیل اوراق بهادار (ارزشیابی اوراق بهادار) به صورت جداگانه

۲) ارزش اوراق بهادار تابعی است از:

فرایند سرمایه گذاری

ریسک

و

بازده مورد انتظار



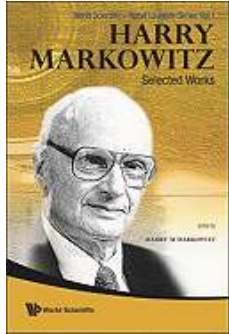
مجموعه سرمایه گذاری، مجموعه ای از اوراق بهادار متفاوت است که هر یک ریسک و بازده جداگانه ای دارند.

**مجموعه سرمایه گذاری = پرتفلیو = سبد سرمایه گذاری = پرتفوی**

تشکیل پرتفلیو باعث کاهش ریسک کل (ریسک غیرسیستماتیک) می شود.



# مدل مارکوئیتز



- پروفیسور ہری مارکوئیتز: متولد سال ۱۹۲۷ شیکاگو
- در سال ۱۹۵۲ تئوری مدرن پرتفلیو را ارائه کرد.
- ہری مارکوئیتز در سال ۱۹۹۰، بہ خاطر تئوری مدرن پرتفلیو، بہ ہمراہ ویلیام شارپ و مرتن میلر، موفق بہ اخذ جایزہ نوبل در علم اقتصاد شد.

## سؤال:

■ آیا سرمایہ گزاران تا آن زمان نمی دانستند کہ تنوع مناسب است و نباید تمام تفع مرغوبایشان را در یک سبد بگذارند؟

■ مارکوئیتز اولین کسی بود کہ بہ صورت کمی نشان داد چرا و چگونه تنوع سازی پرتفلیو می تواند باعث کاهش ریسک پرتفلیو یک سرمایہ گذار شود.

■ قانون شماره یک مدیریت پرتفلیو، ایجاد تنوع است.



■ مارکوئیتز همچنین مفهوم پرتفلیو کارا یا Efficient Portfolio را مطرح کرد.

## پرتفلیو کارا:

- حداکثر کردن بازده مورد انتظار برای سطح معینی از ریسک
- حداقل کردن ریسک برای سطح معینی از بازده مورد انتظار



# مروری بر بازده مورد انتظار و ریسک یک اوراق بهادار

بازده مورد انتظار یک سهم:

$$R_i = \sum (R)(P_i)$$

ریسک یک سهم:

$$\sigma_i = \sqrt{\sum (R - \bar{R})^2 P}$$



# بازده مورد انتظار پرتفلیو

## بازده مجموعه سرمایه گذاری (Portfolio return):

بازده مجموعه سرمایه گذاری برابر است با میانگین وزنی بازده تکتک اوراق بهادار موجود در پرتفلیو

$$R_P = X_a R_a + X_b R_b + \dots$$

یا

$$R_P = \sum X_i R_i$$

$R_P$  = بازده مجموعه سرمایه گذاری

$X_i$  = درصد سرمایه گذاری در سهم  $i$

$R_i$  = بازده سهم  $i$



# بازده مورد انتظار پرتفلیو

## مساله :

در یک مجموعه سرمایه گذاری متشکل از دو سهم A و B، درصد سرمایه گذاری به ترتیب ۱۰ و ۹۰ درصد و بازده آنها به ترتیب ۱۰ و ۲۰ درصد است. با خرید سهم جدید حجم سرمایه گذاری ۴ برابر می شود، بازده سهم جدید چند درصد باشد تا بازده مجموعه جدید افزایش یابد؟

**الف)** بیشتر از ۱۹ (ب) بیشتر از ۲۰ (ج) بیشتر از ۲۵ (د) بین ۱۰ تا ۲۰

سهم	بازده	درصد سرمایه گذاری
A	%۱۰	%۱۰
B	%۲۰	%۹۰

$$R_P = X_a R_a + X_b R_b = \%10 \cdot (\%10) + \%20 \cdot (\%90) = \%19$$

$$X_{ab} R_{ab} + X_l R_l = \%19$$

$$\frac{1}{\epsilon} (\%19) + \frac{3}{\epsilon} (R_L) = \%19$$

بازده سهم جدید اگر ۱۹٪ باشد بازده مجموعه قبلی تغییر نمی کند.

اگر بازده سهم جدید بیشتر از ۱۹٪ باشد، بازده مجموعه جدید افزایش می یابد.





# بازده و ریسک مجموعه سرمایه گذاریها

## مساله ۲ :

- یک مجموعه سرمایه گذاری مرکب از سه دارایی A، B، و C است. میزان پولی که در هر یک از این داراییها سرمایه گذاری شده به ترتیب ۲,۰۰۰,۰۰۰، ۳,۰۰۰,۰۰۰، و ۵,۰۰۰,۰۰۰ ریال است. بازده مورد انتظار داراییهای A، B، و C به ترتیب ۰/۳، ۰/۵، و ۰/۷ است. بازده مورد انتظار مجموعه سرمایه گذاریهای فوق چند درصد است؟

$$R_P = X_a R_a + X_b R_b + X_c R_c$$

$$R_P = \frac{۲,۰۰۰,۰۰۰}{۱۰,۰۰۰,۰۰۰} (۰/۳) + \frac{۳,۰۰۰,۰۰۰}{۱۰,۰۰۰,۰۰۰} (۰/۵) + \frac{۵,۰۰۰,۰۰۰}{۱۰,۰۰۰,۰۰۰} (۰/۷)$$

$$= \%۲۰(\%۳۰) + \%۳۰(\%۵۰) + \%۵۰(\%۷۰) = \%۵۶$$

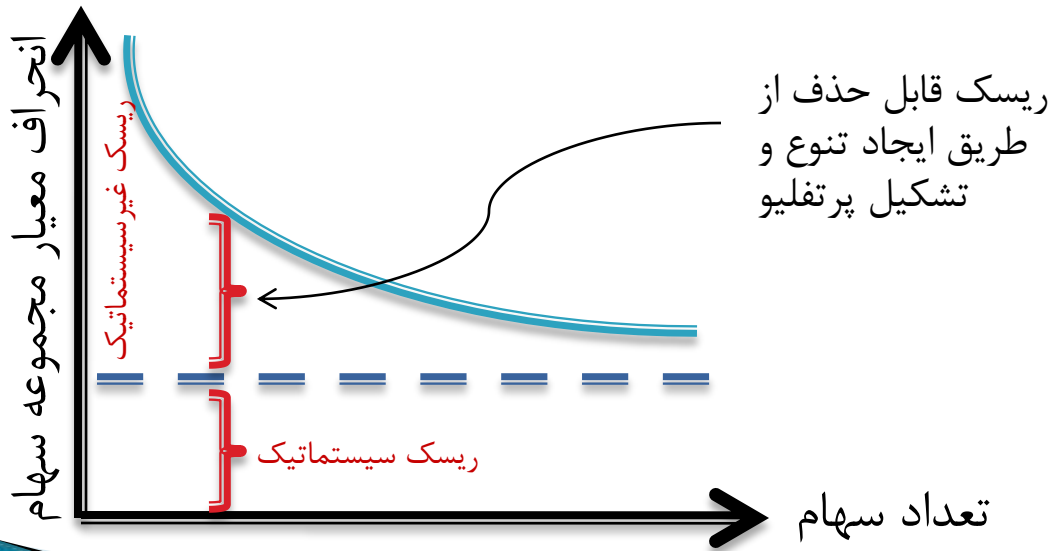


# بازده و ریسک مجموعه سرمایه گذاریها

## ریسک مجموعه سرمایه گذاری (Portfolio risk):

ریسک یک مجموعه سرمایه گذاری متاثر از عوامل زیر است:

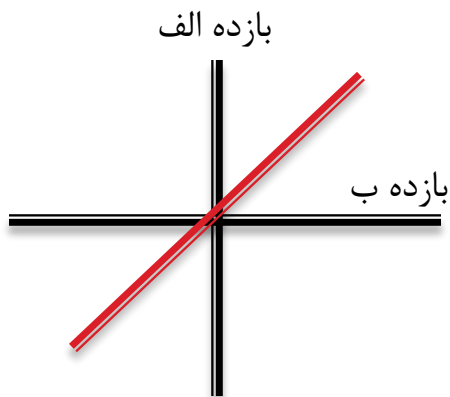
- (۱) انحراف معیار هر یک از اعضاء
- (۲) درصد سرمایه گذاری در هر عضو
- (۳) ضریب همبستگی بین بازده اعضاء



# بازده و ریسک مجموعه سرمایه گذاریها

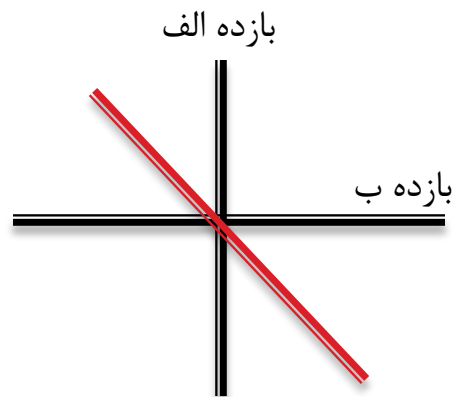
## ضریب همبستگی (correlation coefficient)

ضریب همبستگی بیانگر رابطه هر دو اوراق بهادار است. این ضریب علت رابطه را نشان نمی دهد و فقط وجود یا عدم وجود رابطه را نشان می دهد.



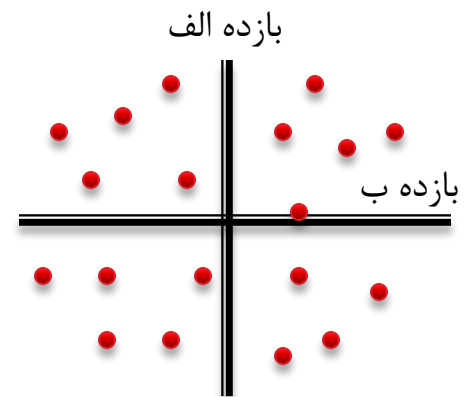
همبستگی کاملاً مثبت

$$\rho_{ij}=+1$$



همبستگی کاملاً منفی

$$\rho_{ij}=-1$$



همبستگی صفر

(عدم همبستگی)

$$\rho_{ij}=0$$



# بازده و ریسک مجموعه سرمایه گذاریها

## ضریب همبستگی (correlation coefficient)

### نکات:

- (۱) ترکیب دو اوراق بهاداری که دارای همبستگی کاملاً مثبت باشند هیچ کاهشی در ریسک پرتفلیو ندارد.
- (۲) ترکیب دو اوراق بهاداری که دارای همبستگی کاملاً منفی باشند می تواند باعث حذف کامل ریسک پرتفلیو شود.
- (۳) ترکیب دو اوراق بهاداری که دارای همبستگی صفر باشند باعث کاهش ریسک پرتفلیو می شود، اما ریسک پرتفلیو کاملاً حذف نمی شود.



# بازده و ریسک مجموعه سرمایه گذاریها

## محاسبه ریسک پرتفوی (Portfolio risk)

$$\sigma_P^2 = X_a^2 \sigma_a^2 + X_b^2 \sigma_b^2 + 2 X_a X_b Cov(a, b)$$

$$\rho_{ab} = \frac{Cov(a, b)}{\sigma_a \sigma_b}$$

$$\sigma_P^2 = X_a^2 \sigma_a^2 + X_b^2 \sigma_b^2 + 2 X_a X_b \sigma_a \sigma_b \rho_{ab}$$

$\sigma_P^2 =$  واریانس پرتفوی

$$\sigma_P = \sqrt{\sigma_P^2}$$

$X_a$  و  $X_b =$  درصد سرمایه گذاری در دارایی  $a$  و  $b$

$\sigma_a$  و  $\sigma_b =$  درصد سرمایه گذاری در دارایی  $a$  و  $b$

$\rho_{ab} =$  ضریب همبستگی بین بازده دو سهم  $a$  و  $b$



# بازده و ریسک مجموعه سرمایه گذاریها

## مساله :

- سرمایه گذاری می خواهد بطور یکسان در دو سهم «الف» و «ب» با مشخصات زیر سرمایه گذاری کند:

شرح	الف	ب
نرخ بازده مورد انتظار	%۱۲	%۱۵
انحراف معیار	%۱۵	%۲۲

اگر ضریب همبستگی بین دو سهم ۰/۲ باشد، نرخ بازده مورد انتظار و انحراف معیار سبد سرمایه گذاری را محاسبه کنید.

$$R_P = X_a R_a + X_b R_b = 0.50(0.12) + 0.50(0.15) = 0.13 / 5$$

$$\begin{aligned}\sigma_P^2 &= X_a^2 \sigma_a^2 + X_b^2 \sigma_b^2 + 2 X_a X_b \sigma_a \sigma_b \rho_{ab} \\ &= (0.50)^2 (0.15)^2 + (0.50)^2 (0.22)^2 + 2(0.50)(0.50)(0.20)(0.15)(0.22) \\ &= 210 / 25\end{aligned}$$

$$\sigma_P = \sqrt{\sigma_P^2} = \sqrt{210 / 25} = 0.16 / 5$$



## مساله ( ۱ ، ۲ ، و ۳ ):

• با استفاده از جدول زیر به سه سؤال ارائه شده پاسخ دهید.

نرخ بازده سهام			
۳	۲	۱	احتمال (hi)
۰/۰۲	۰/۱۶	۰/۲۴	%۲۰
۰/۰۷	۰/۱۲	۰/۱۸	%۲۵
۰/۱۰	۰/۰۸	۰/۱۰	%۳۰
۰/۱۳	۰/۰۴	-۰/۰۱	%۱۵
۰/۲۱	۰/۰۲	-۰/۱۲	%۱۰



## مساله ۱ :

- نرخ بازده مورد انتظار هر یک از این سه سهم را محاسبه کنید.
- بازده مورد انتظار هر سهم برابر است با:

$$R_1 = \sum (R)(P_i) = 0/24 \times \%20 + 0/18 \times \%25 + 0/10 \times \%30 + (-0/01) \times \%10 + (-0/12) \times \%10 = 0/1090 = \%10/90$$

$$R_2 = \sum (R)(P_i) = \%9/40$$

$$R_3 = \sum (R)(P_i) = \%9/20$$





## مساله ۲:

• واریانس و انحراف معیار برای هر سه سهم را محاسبه کنید.

$$\sigma^2 = \sum (R - \bar{R})^2 P \quad (0/24 - 0/1095)^2 \cdot 0/20 = 0/0034$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad (0/18 - 0/1095)^2 \cdot 0/25 = 0/0012$$

$$(0/10 - 0/1095)^2 \cdot 0/30 = 0/0000$$

$$(-0/01 - 0/1095)^2 \cdot 0/15 = 0/0021$$

$$(-0/12 - 0/1095)^2 \cdot 0/10 = 0/0053$$

$$\sigma_1^2 = \sum (R - \bar{R})^2 P = 0/0120$$

$$\sigma_1 = \sqrt{0/0120} = 0/1095$$

واریانس و انحراف معیار سهم ۲ و ۳ برابر است با:

$$\sigma_2^2 = \sum (R - \bar{R})^2 P = 0/0021$$

$$\sigma_2 = \sqrt{0/0120} = 0/0451$$



## مساله ۳:

- کوواریانس جامعه و ضریب همبستگی بین سهام ۱ و ۲ و بین ۱ و ۳ را محاسبه کنید.  
کوواریانس بیانگر رابطه بین دو متغیر است. بزرگی کوواریانس نشان دهنده توان تغییرات می باشد.

$$Cov(a,b) = \sum [R_a - \bar{R}_a][R_b - \bar{R}_b]P$$

$$\begin{aligned} Cov(1,2) &= (0/24 - 0/1090)(0/16 - 0/0940)(0/20) \\ &+ (0/18 - 0/1090)(0/12 - 0/0940)(0/25) \\ &+ (0/10 - 0/1090)(0/08 - 0/0940)(0/30) \\ &+ (0/12 - 0/1090)(0/02 - 0/0940)(0/10) = 0/0049 \end{aligned}$$

$$Cov(1,3) = -0/0054$$

ادامه :



## ادامهٔ مساله ۳:

برای محاسبه ضریب همبستگی، باید کوواریانس را بر حاصل ضرب انحراف معیار دو سهم تقسیم کرد.

$$\rho_{ab} = \frac{Cov(a,b)}{\sigma_a \sigma_b}$$

$$\rho_{1,2} = \frac{Cov(1,2)}{\sigma_1 \sigma_2} = \frac{0/0049}{(0/1095)(0/0451)} = 0/9770$$

$$\rho_{1,3} = \frac{Cov(1,3)}{\sigma_1 \sigma_3} = \frac{-0/0054}{(0/1095)(0/0520)} = -0/9414$$



# بازده و ریسک مجموعه سرمایه گذاریها

## مساله (پرتفلیو با حداقل واریانس):

- صندوقهای سرمایه گذاری D و E از بازده و انحراف معیار زیر برخوردارند. همچنین ضریب همبستگی بین این دو صندوق برابر  $0.25$  است.

ریسک	بازده	صندوق
٪۱۲	٪۸	D
٪۲۰	٪۱۳	E

- با توجه به انحراف معیار و ضریب همبستگی، ماتریس کوواریانس به صورت زیر است:

E	D	صندوق
۶۰	۱۴۴	D
۴۰۰	۶۰	E

- (۱) درصد سرمایه گذاری در این دو سهم، به نحوی که واریانس به حداقل برسد را محاسبه کنید.
- (۲) بازده و ریسک پرتفلیو تشکیل شده از این دو سهم را محاسبه کنید.



# بازده و ریسک مجموعه سرمایه گذاریها

## ادامه مساله (پرتفلیو با حداقل واریانس):

(۱) درصد سرمایه گذاری در این دو سهم، به نحوی که واریانس به حداقل برسد را محاسبه کنید.

$$w_D = \frac{\sigma_E^2 - Cov(r_D, r_E)}{\sigma_D^2 + \sigma_E^2 - 2Cov(r_D, r_E)} = \frac{400 - 60}{(144 + 400) - (2 \times 60)} = 0.1919$$

$$w_E = 1 - w_D = 0.1981$$

(۲) بازده و ریسک پرتفلیو متشکل از این دو سهم را محاسبه کنید.

$$E(R_P) = (0.1919 \times 8) + (0.1981 \times 13) = 9.9\%$$

$$\begin{aligned}\sigma_P^2 &= w_a^2 \sigma_a^2 + w_b^2 \sigma_b^2 + 2w_a w_b Cov(r_D, r_E) \\ &= (0.1919^2 \times 144) + (0.1981^2 \times 400) + (2 \times 0.1919 \times 0.1981 \times 60) = 127.46\end{aligned}$$

$$\sigma_P = \sqrt{127.46} = 11.29\%$$

