

## بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر آموزش و یادگیری (TLBO) در بورس اوراق بهادار تهران

ابوذر سروش<sup>۱</sup>، رومینا عطرچی<sup>۲</sup>، شاهین رامتین نیا<sup>۳</sup>

**چکیده:** افزایش بازده و کاهش ریسک، همواره یکی از مهم‌ترین مسائلی است که سرمایه‌گذاران در بازارهای مالی به آن توجه می‌کنند. با وجود سابقه طولانی بهینه‌سازی سبد سهام، الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر آموزش و یادگیری که در سال ۲۰۱۰ معرفی شده است، یکی از کاراترین روش‌های فراابتکاری، برای حل مسائل بهینه‌سازی است. در این پژوهش، سعی شده است مسئله بهینه‌سازی سبد سهام، در چارچوب مدل معرفی شده مارکوویتز، با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر آموزش و یادگیری حل شود. بدین منظور، از بازدهی‌های روزانه ۲۰ شرکت پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران که دارای نقدینگی بالا در بازه زمانی ۱۳۹۱ تا ۱۳۹۵ بودند، استفاده شده است. نتایج به دست آمده از این تحقیق نشان می‌دهد الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر آموزش و یادگیری، نسبت به سایر الگوریتم‌ها برای یافتن مرز کارا و بهینه‌سازی سبد سهام، عملکرد بهتری دارد.

**واژه‌های کلیدی:** ارزش در معرض ریسک مشروط، الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر آموزش و یادگیری، بهینه‌سازی سبد سهام، روش‌های فراابتکاری، مدل میانگین - واریانس.

۱. دکتری مدیریت مالی، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران

۲. دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مالی، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران

۳. دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مالی، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۳/۲۴

تاریخ پذیرش نهایی مقاله: ۱۳۹۶/۰۲/۱۶

نویسنده مسئول مقاله: شاهین رامتین نیا

E-mail: shahin.ramtinnia@ut.ac.ir



## مقدمه

اغلب مردم طی مراحل زندگی، دربارهٔ سرمایه‌گذاری ثروت خود تصمیم‌های متعددی می‌گیرند. بازار سرمایه از جمله مهم‌ترین بازارهایی است که به تخصیص بهینهٔ ثروت افراد کمک می‌کند. بورس اوراق بهادار از سویی مرکز جمع‌آوری پس‌اندازها و نقدینگی بخش خصوصی به‌منظور تأمین مالی پروژه‌های سرمایه‌گذاری بلندمدت است و از سویی دیگر، مکان رسمی و مطمئنی برای دارندگان پس‌اندازهای راكد محسوب می‌شود که افراد می‌توانند در این محل مناسب و ایمن، وجوه مازاد خود را برای سرمایه‌گذاری در شرکت‌ها به‌کار بیندازند (نویدی، نجومی و میرزازاده، ۱۳۸۸). افراد در تجزیه و تحلیل‌های خود، در نهایت امید دارند با توجه به ریسک سرمایه‌گذاری، بازدهی متناسب با آن را کسب کنند. مطالعهٔ دقیق تجزیه و تحلیل سرمایه‌گذاری و اصول مدیریت سبد دارایی، می‌تواند موجب مدیریت بهتر و افزایش ثروت سرمایه‌گذار شود (تهرانی و نوربخش، ۱۳۹۲). از این رو، مسئلهٔ بهینه‌سازی سبد سهام<sup>۱</sup>، اهمیت ویژه‌ای در مباحث مالی و سرمایه‌گذاری یافته است. یکی از اصلی‌ترین کارها در زمینهٔ بهینه‌سازی سبد سهام، مدل میانگین - واریانس<sup>۲</sup> نام دارد که هری مارکوویتز، در سال ۱۹۵۲ ارائه کرده است. وی مدل میانگین - واریانس را موازنه‌ای میان دو معیار بهینه‌سازی متعارض میانگین و واریانس در نظر گرفته است که به ترتیب، نشان‌دهندهٔ بازدهی و ریسک سبد سهام هستند

مدل ابتدایی میانگین - واریانس، بر فرض‌هایی استوار است که می‌توان از میان آنها به ریسک‌گریز بودن سرمایه‌گذار اشاره کرد. از فرض‌های دیگر مدل یاد شده، این است که توزیع نرخ بازدهی‌ها، نرمال است و تابع مطلوبیت سرمایه‌گذار، یک تابع درجهٔ دوم از نرخ بازدهی‌هاست (گرکز، عباسی و مقدسی، ۱۳۸۹). به اعتقاد جیا و دایر (۱۹۹۶)، در عمل این شرایط به‌ندرت اتفاق می‌افتد و مدل یاد شده، به تغییرات ملموسی نیاز دارد.

اگرچه مدل مارکوویتز برای نخستین بار، توانست تلفیقی از بیشینه‌سازی نرخ بازدهی و کمینه‌سازی ریسک ارائه کند، در برخورد با برخی محدودیت‌های مسائل واقعی، ناتوان است. برای مثال، هنگامی که محدودیت تعداد دارایی موجود در سبد مطرح شود یا حداقلی برای میزان سرمایه‌گذاری در یک دارایی تعیین شده باشد، مدل اولیهٔ مارکوویتز قادر به حل مسئله نخواهد بود (وودساید اوریخی، لوکاس و بیسلی، ۲۰۱۱). علاوه‌بر این موضوع، هنگامی که تعداد دارایی‌های مسئله زیاد باشد، به مسئلهٔ ان-پی. سخت<sup>۳</sup> تبدیل شده و جست‌وجوی مرز کارا

1. Portfolio Optimization
2. Mean-Variance Model
3. Non-deterministic polynomial-time hard (NP-Hard)

توسط روش‌های متداول امکان‌پذیر نخواهد بود (دنگ، لین و لو، ۲۰۱۲). بنابراین، برای حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام در این حالت، از روش‌های فراابتکاری<sup>۱</sup> استفاده می‌شود. پژوهش حاضر به دنبال آن است که با توجه به اهمیت زیاد استفاده از مدل‌های بهینه‌سازی سبد دارایی‌ها، به کمک الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر آموزش و یادگیری که در سال ۲۰۱۲ توسط رائو و همکارانش مطرح شد، نسبت به حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام اقدام کند. این الگوریتم که از فرایند آموزش و یادگیری افراد در یک کلاس درس الگو می‌گیرد، در مقایسه با سایر الگوریتم‌های فراابتکاری ساختار کمابیش جدید و کارایی مناسبی دارد (رائو، ساوسانی و واخاریا، ۲۰۱۲).

در ادامه، ابتدا به بیان مبانی نظری تحقیق پرداخته می‌شود؛ سپس مروری بر پیشینه پژوهش صورت می‌گیرد. در بخش بعد، ضمن بیان روش‌شناسی پژوهش و تجزیه و تحلیل داده‌ها، نتایج به دست آمده از این تحقیق ارائه خواهد شد.

### پیشینه پژوهش

همان‌طور که پیش‌تر مطرح شد، تا قبل از ارائه مدل میانگین - واریانس توسط هری مارکوویتز در سال ۱۹۵۲، تصویری کیفی از ریسک در ذهن سرمایه‌گذاران نقش بسته بود. مارکوویتز توانست برای نخستین بار مفهوم ریسک را به صورت کمی ارائه کند. این مدل سرآغاز تحول عظیم در نظریه سرمایه‌گذاری بود، اما ضعف‌هایی داشت که در مدل‌های توسعه یافته بعدی برطرف شد (چنگ، مایدی، بیسلی و شارایها، ۲۰۰۰). اولین تغییر مشهور و مطرح شده در این رابطه، شاخصی بود که ویلیام شارپ، برای اندازه‌گیری ریسک با رویکرد حساسیت‌محور مطرح کرد. این شاخص که با نام ضریب حساسیت یا بتا شناخته می‌شود، به شارپ امکان معرفی مدل تک‌عاملی را داد (شارپ، ۱۹۸۷). پس از مدل شارپ، مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای<sup>۲</sup> راس معرفی شد که مشکل در نظر گرفتن منابع غیربازاری ریسک در مدل شارپ را برطرف کرد (اسلامی بیدگلی و هییتی، ۱۳۷۵). پس از این مدل‌ها، عمده مطالعات در زمینه مدل‌سازی بهینه‌سازی سبد سهام، وارد مرحله جدیدی شد و بیشتر افراد تلاش کردند با افزودن محدودیت‌هایی به مدل‌های یادشده، آنها را به دنیای واقعی نزدیک‌تر کنند. از اصلی‌ترین محدودیت‌های اضافه شده به مدل، محدودیت تعداد مشخص دارایی در سبد سهام بود (وودساید اوریاخی و همکاران، ۲۰۱۱). بیل و فارست (۱۹۷۶) نیز محدودیت حداقل و حداکثر میزان سرمایه

1. Metaheuristic Methods
2. Capital asset pricing model (CAPM)

در یک دارایی را مطرح کردند. امروزه بیشتر این محدودیت‌ها به مدل اولیه مارکوویتز اضافه شده و مدلی را شکل داده است که مدل میانگین - واریانس با مؤلفه‌های مقید<sup>۱</sup> نام دارد و در بسیاری از پژوهش‌ها استفاده می‌شود.

محدودیت‌های اضافه‌شده به مدل، به غیرخطی شدن فضای مسئله بهینه‌سازی سبد سهام منجر شد و حل آن را بسیار مشکل کرد؛ به نحوی که در موارد بسیاری، این مسئله تبدیل به مسئله ان - پی. سخت شد و حل آن توسط روش‌های مبتنی بر مشتق و ریاضیات امکان‌پذیر نبود. در این راستا، می‌توان به مطالعه شاولیو و کوپمن (۲۰۰۸)، اشاره کرد که تلاش کردند با روش لاگرانژ، مسئله یاد شده را حل کنند، اما با شکست مواجه شدند. تحقیقات ویلما، احمد و نامسر (۲۰۰۸)، برتسیما و شیودا (۲۰۰۹) و گولپینار، آن و موینی (۲۰۱۰) از جمله تحقیقات شکست‌خورده در زمینه حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام با روش‌های دقیق هستند. از این رو برای حل مدل‌های محدودیت‌دار، افراد بسیاری به سراغ الگوریتم‌های فراابتکاری رفتند. در تحقیقات اولیه در این زمینه، چنگ و همکارانش (۲۰۰۰)، برای نخستین بار الگوریتم‌های فراابتکاری ژنتیک<sup>۲</sup>، تبرید شبیه‌سازی شده<sup>۳</sup> و جست‌وجوی ممنوعه<sup>۴</sup> را برای حل مسئله به کار بردند. پژوهشگران دیگری مانند سلیمانی، گلمکانی و سلیمی (۲۰۰۹)، آگنوتوپولوس و مامانیس (۲۰۱۰) و هان هونگ (۲۰۱۱)، مدل‌های مختلفی از مسئله را با استفاده از الگوریتم ژنتیک حل کردند (قدوسی، تهرانی و بشیری، ۱۳۹۴). فرناندز و گومز (۲۰۰۷) در پژوهش خود الگوریتمی بر مبنای شبکه‌های عصبی برای حل این مسئله پیشنهاد دادند و کورا (۲۰۰۹) الگوریتم اجتماع پرندگان را برای حل مسئله پیشنهاد کرد.

در ایران نیز راعی (۱۳۷۷) در تحقیقی با عنوان «طراحی مدل سرمایه‌گذاری مناسب در سبد سهام با استفاده از هوش مصنوعی (شبکه‌های عصبی)» و همچنین در سال ۱۳۸۹، با همکاری علی بیکی، در تحقیقی با عنوان «بهینه‌سازی پرتفوی سهام با استفاده از روش حرکت تجمعی ذرات»، به این موضوع پرداخت. قدوسی و همکارانش (۱۳۹۴) نیز به حل این مسئله با روش تبرید شبیه‌سازی شده در بورس اوراق بهادار تهران پرداختند.

همان‌طور که بیان شد، در تحقیقات زیادی از الگوریتم‌های فراابتکاری برای حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام و پیدا کردن مرز کارا استفاده شده است؛ اما تا کنون در هیچ تحقیقی، این مسئله به کمک الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر آموزش و یادگیری حل نشده است. با توجه به

1. Cardinally constrained mean variance (CCMV)
2. Genetic algorithm
3. Simulated annealing
4. Taboo search

پیچیدگی مدل، در نتیجه افزودن محدودیت‌های دنیای واقعی به آن، بهره‌مندی از الگوریتم‌های فراابتکاری اجتناب‌ناپذیر است. با توجه به برتری الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر آموزش و یادگیری نسبت به سایر الگوریتم‌های فراابتکاری، در این پژوهش تلاش شده است مدل ارائه شده با استفاده از این الگوریتم حل شود.

## روش‌شناسی پژوهش

### معیارهای سنجش ریسک

بازدهی سهام در دوره‌های متفاوت، متغیر است و روند ثابت و یکنواختی ندارد. بنابراین، نوسان و تغییرپذیری، جزء جدانشدنی بازدهی سهام در طی زمان است. با توجه به تغییرپذیری و نوسان، بازده دوره‌های آتی نیز مطمئن نیستند. عدم اطمینان نسبت به بازده‌های آتی سهام، سرمایه‌گذاری را با ریسک همراه می‌کند.

این پژوهش تلاش می‌کند با به‌کارگیری روش‌ها و سنجه‌های مختلف اندازه‌گیری ریسک، تحقیق جامعی انجام دهد. بدین منظور از روش‌ها و سنجه‌های موجود برای اندازه‌گیری ریسک، واریانس، انحرافات مطلق از میانگین، نیم‌واریانس و همچنین ارزش در معرض ریسک مشروط استفاده شده است.

### واریانس

نخستین و بدیهی‌ترین معیاری که برای اندازه‌گیری ریسک کلی سهام از آن استفاده می‌شود، واریانس نام دارد که به‌صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (r_i - \bar{r})^2}{N} \quad \text{رابطه ۱}$$

که در آن،  $\sigma_i$  انحراف معیار سهم نام،  $r_i$  بازدهی سهم  $i$ ،  $\bar{r}$  میانگین بازدهی‌ها و  $N$  تعداد دوره‌ها است.

### انحراف مطلق از میانگین

این شاخص، به‌دنبال این است که از یک سو پراکندگی را نشان دهد و از سوی دیگر، کلیه مشاهدات را در نظر داشته باشد. این شاخص ریسک به‌صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$MAD = \sum \frac{|r_i - \bar{r}|}{N} \quad \text{رابطه ۲}$$

که در آن،  $r_i$  بازدهی سهم نام،  $\bar{r}$  میانگین بازدهی‌ها و  $N$  تعداد دوره‌هاست.

### نیم‌واریانس

شاخص ریسک نامطلوب نیم‌واریانس از مجموع انحرافات نامطلوب یا انحرافات بازدهی‌های کمتر از نرخ بازدهی میانگین، به دست می‌آید.

$$SV = E\{\min[r_i - \bar{r}, 0]^2\} \quad \text{رابطه ۳}$$

که در آن،  $r_i$  بازدهی سهم  $i$ ام،  $\bar{r}$  میانگین بازدهی‌ها،  $N$  تعداد دوره‌ها و  $T$  تعداد دوره‌هایی است که در آنها بازدهی کمتر از میانگین است.

### ارزش در معرض ریسک مشروط

ارزش در معرض ریسک<sup>۱</sup>، حداکثر زیان احتمالی پرتفوی را در یک دوره زمانی مشخص به صورت کمی و در قالب عدد بیان می‌کند. به بیان دیگر، ارزش در معرض ریسک مبلغی از ارزش پرتفوی را که انتظار می‌رود ظرف مدت یک دوره زمانی مشخص و با میزان احتمال معین (سطح اطمینان  $1-\alpha$  درصد) از دست برود، مشخص می‌کند.

با توجه به کاستی‌ها و ضعف‌های ارزش در معرض ریسک، آرتزرنر با معرفی معیار ارزش در معرض ریسک احتمالی، معیاری را معرفی کرد که نارسایی‌های ارزش در معرض ریسک را پوشش دهد. این الگو و معیار که به نام‌های ریسک مورد انتظار و واریانس دنباله‌دار نیز مشهور است، تمام ویژگی‌هایی که ارزش در معرض ریسک را با کاستی‌هایی مواجه می‌کند، به خوبی دربرمی‌گیرد. این معیار بدین شرح تعریف شده است: میانگین وقوع ریسک‌هایی که بزرگ‌تر و فراتر از ارزش در معرض ریسک هستند. به بیان دیگر،  $\alpha$  درصد از میانگین توزیع بازده متغیر تصادفی بزرگ‌تر از ارزش در معرض ریسک ارزش در معرض ریسک احتمالی از طریق رابطه زیر برای دوره‌های کوتاه‌مدت اندازه‌گیری می‌شود.

$$CVaR = \frac{e^{-\frac{Z_\alpha^2}{2}}}{\alpha\sqrt{2\pi}} \delta_p - \bar{r}_p \quad \text{رابطه ۴}$$

که در آن  $\alpha$  حداکثر خطای مد نظر،  $Z_\alpha$  مقدار متناظر احتمال  $\alpha$  در توزیع نرمال و  $\delta_p$  واریانس سبد مد نظر است.

برای دوره‌های بلندمدت از رابطه ۵ استفاده می‌شود؛ یعنی همانند ارزش در معرض ریسک برای دوره‌های بلندمدت  $\mu \neq 0$  را در نظر می‌گیریم. بنابراین داریم:

1. Value at risk

$$CVaR = \frac{e^{-\frac{z_{\alpha}^2}{2}}}{\alpha\sqrt{2\pi}} \delta_p - \mu w_i = \frac{e^{-\frac{z_{\alpha}^2}{2}}}{\alpha\sqrt{2\pi}} \delta_p - \bar{r}_p \quad \text{رابطه ۵}$$

این مقدار بیان می‌کند که احتمال زیان در یک دوره T روزه بیش از ارزش در معرض ریسک احتمالی باشد،  $\alpha$  درصد است (ملائی و همکاران، ۱۳۹۰).

### مدل‌های بهینه‌سازی پژوهش

#### مدل میانگین - واریانس

در این مدل برای تخمین بازدهی مورد انتظار، از میانگین و برای تخمین ریسک، از واریانس استفاده می‌شود.

$$\text{Min} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \quad \text{رابطه ۶}$$

$$\text{Max} \sum_{i=1}^n w_i \mu_i \quad \text{رابطه ۷}$$

s.t.

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad \text{رابطه ۸}$$

$$w_i \geq 0 \quad i = 0, 1, \dots \quad \text{رابطه ۹}$$

### الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر آموزش و یادگیری

الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر آموزش و یادگیری<sup>۱</sup>، در سال ۲۰۱۱ توسط راتو و همکارانش ابتدا در مجله طراحی به کمک کامپیوتر، برای حل مسائل طراحی کامپیوتری مطرح شد. اما حدود یک سال بعد، این محققان الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر آموزش و یادگیری را در مقیاس گسترده‌تر و برای مسائل عمومی‌تری در مجله دانش‌های اطلاعاتی معرفی کردند.

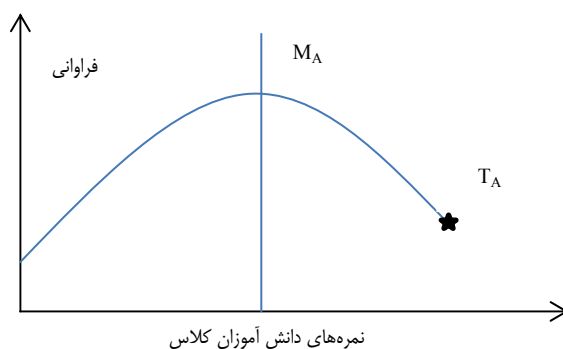
الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر آموزش و یادگیری، بر خلاف سایر روش‌های فراابتکاری که معمولاً از طبیعت الگو گرفته‌اند، از فرایند یادگیری در کلاس درس الگو گرفته است. این الگوریتم، فرایندی که طی یک کلاس درس برای معلم و دانش‌آموزان رخ می‌دهد را مدل

1. Teaching-learning based optimization (TLBO)

می‌کند و از این مدل برای پیدا کردن جواب بهینه کمک می‌گیرد. این مدل مبتنی بر دو بخش یا گام آموزش (معلم) و یادگیری (دانش‌آموز) است. خروجی الگوریتم در هر مرحله نیز، نمره دانش‌آموزان و سطح دانش آنهاست. در ادامه این الگوریتم در هر گام به صورت جزئی‌تر تشریح می‌شود.

### تولید جمعیت اولیه

در اولین مرحله این الگوریتم، ابتدا یک سری نقاط تشکیل شده و به صورت تصادفی در فضای حل مسئله پخش می‌شوند. این نقاط در حقیقت، همان دانش‌آموزان کلاس درس هستند؛ سپس با توجه به تابع هدف اصلی مسئله و مختصاتی که هر یک از نقاط دارند، مقدار تابع هدف برای هر یک از نقاط محاسبه می‌شود. این مقادیر تابع هدف در حقیقت نمره دانش‌آموزان کلاس و سطح دانش آنهاست. بدون این که از جامعیت مسئله کم شود، فرض می‌شود توزیع نمره‌ها، توزیع زنگوله‌ای شکل مطابق شکل ۱ باشد.



شکل ۱. تولید جمعیت اولیه و انتخاب معلم

همان‌طور که در شکل نشان داده شده است، بهترین دانش‌آموز کلاس به عنوان معلم در نظر گرفته می‌شود. حال گام آموزش<sup>۱</sup> آغاز می‌شود.

### گام آموزش

در این گام نقطه‌ای که بهترین وضعیت را از نظر تابع هدف دارد، به عنوان معلم در نظر گرفته شده و شروع به آموزش دیگران می‌کند. مدل‌سازی این گام به این صورت است که تمام نقاط دیگر که همگی وضعیت بدتری نسبت به معلم دارند، به طرف نقطه معلم حرکت می‌کنند. با این

1. Teaching phase

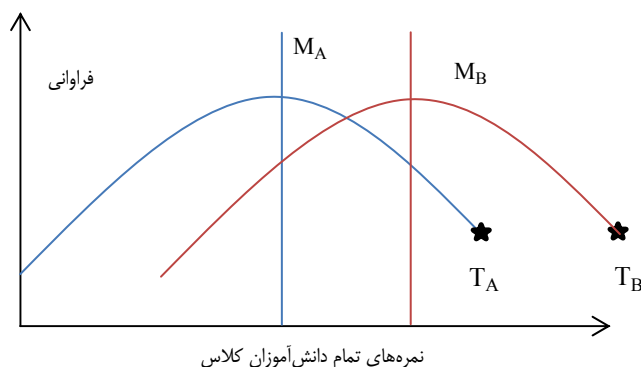


حرکت، میانگین توزیع به سمت نقطه معلم پیش می‌رود. البته چون در الگوریتم‌های فراابتکاری، همواره از عامل تصادفی‌ساز برای بررسی نقاط به صورت تصادفی استفاده می‌شود، این حرکت توزیع به سمت معلم نیز، یک عامل تصادفی‌سازی دارد. به صورت خلاصه، برای هر نقطه توزیع مانند  $x_i$ ، رابطه ۱۰ برقرار است.

$$x_i^{new} = r_i(T_A - T_f x_i) \quad \text{رابطه ۱۰}$$

که در آن،  $r_i$  یک عدد تصادفی بین ۰ و ۱؛  $T_A$  مختصات نقطه معلم و  $T_f$  عامل آموزش معلم است که به صورت تصادفی از میان اعداد ۱ و ۲ انتخاب می‌شود.

پس از انجام عملیات بالا برای هر نقطه، اگر  $x_i^{new}$  مقدار تابع هدف بهتری نسبت به  $x_i$  داشته باشد، جایگزین آن می‌شود. شکل ۲، تغییرات رخ داده در گام آموزش را نشان می‌دهد.



شکل ۲. تغییر سطح دانش کلاس در گام آموزش

بعد از این گام، گام یادگیری<sup>۱</sup> آغاز می‌شود.

### گام یادگیری

در این گام از الگوریتم، یادگیری دانش‌آموزان یک کلاس از یکدیگر شبیه‌سازی می‌شود. به این صورت که، به ازای هریک از دانش‌آموزان، یک دانش‌آموز دیگر به صورت تصادفی انتخاب می‌شود؛ سپس اگر دانش‌آموز دوم، از دانش‌آموز اول وضعیت بهتری از نظر تابع هدف داشته باشد، دانش‌آموز اول به سمت دانش‌آموز دوم حرکت می‌کند و در غیر این صورت، دانش‌آموز دوم به سمت دانش‌آموز اول می‌رود.

1. Learning phase

به‌طبع این حرکت نیز برای تنوع‌سازی الگوریتم، دارای عامل تصادفی است. این گام را می‌توان برای هر دانش‌آموز به‌صورت زیر نشان داد.

$$x_i^{new} = \begin{cases} x_i^{old} - r_i(x_j - x_i) & \text{if } f(x_i) \geq f(x_j) \\ x_i^{old} + r_i(x_j - x_i) & \text{if } f(x_i) < f(x_j) \end{cases} \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

بعد از این مرحله نیز شرایط اختتام الگوریتم بررسی شده و در صورت برقرار بودن الگوریتم خاتمه می‌یابد؛ در غیر این صورت، حلقه بار دیگر تکرار می‌شود. شکل ۳، مراحل الگوریتم بهینه‌سازی بر پایه آموزش و یادگیری را نشان می‌دهد.



شکل ۳. فلوچارت الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر آموزش و یادگیری

منبع: رائو و همکاران (۲۰۱۲)

### الگوریتم رقابت استعماری

الگوریتم رقابت استعماری، نوعی الگوریتم مبتنی بر جمعیت تصادفی است که از ایده تکامل سیاسی - اجتماعی بشر الهام گرفته است. در این الگوریتم، چند کشور استعمارگر همراه با مستعمره‌های خود، به جست‌وجوی یافتن نقطه بهینه عمومی برای حل مسئله بهینه‌سازی می‌پردازند. این الگوریتم ابتدا با چندین کشور در حالت اولیه کار را آغاز می‌کند؛ در واقع این کشورها، پاسخ‌های محتمل مسئله محسوب می‌شوند. کشورها به دو دسته طبقه‌بندی می‌شوند؛ کشورهای استعمارگر و کشورهای تحت استعمار. در طبیعت این الگوریتم، خواص بنیادی نهفته است و پایه و اساس تعریف الگوریتم به‌شمار می‌روند. سیاست جذب یا همگون‌سازی، رقابت و انقلاب استعماری، از ارکان مهم الگوریتم رقابت استعماری هستند. این الگوریتم با الگوبرداری از روند تکاملی اجتماعی، فرهنگی و اقتصادی کشورها و قالب‌بندی آنها در مدل‌های ریاضی، عملگرهایی را به‌صورت الگوریتم ایجاد کرده است. الگوریتم یاد شده جواب‌های مسئله را در یک حلقه تکرار قرار می‌دهد و آنها را به تدریج بهبود داده و در نهایت به جواب بهینه می‌رسد.

### یافته‌های پژوهش

در این پژوهش، داده‌های روزانه مربوط به قیمت‌های ۲۰ شرکت فعال‌تر بورس اوراق بهادار تهران که توسط سازمان بورس بر مبنای معیارهایی مبتنی بر نقدشوندگی، حجم و تعداد معاملات و تأثیر بر بازار منتشر می‌شود، استخراج شده و پس از محاسبه بازدهی‌های تعدیل‌شده آنها، به بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر آموزش و یادگیری اقدام می‌شود.

شایان ذکر است که بهینه‌سازی سبد سهام، طبق مدل‌های مطرح‌شده در بخش مدل‌های بهینه‌سازی پژوهش صورت می‌گیرد و این بهینه‌سازی برای هر یک از معیارهای سنجش ریسک مطرح شده در بخش معیارهای سنجش ریسک انجام می‌شود. جدول ۱، شرکت‌های انتخاب شده و آمار توصیفی داده‌های پنج‌ساله‌ای که در این پژوهش استفاده شده است را نشان می‌دهد. در این پژوهش، الگوریتم بهینه‌سازی بر پایه آموزش و یادگیری با چهار رویکرد اندازه‌گیری ریسک واریانس، انحرافات مطلق از میانگین، نیم‌واریانس و ارزش در معرض ریسک مشروط اجرا شده است که در ادامه، نتایج به‌دست آمده از این الگوریتم ارائه شده و نتایج آن با سایر الگوریتم‌های فراابتکاری متداول مقایسه می‌شود.

جدول ۱. آمار توصیفی نمونه آماری پژوهش

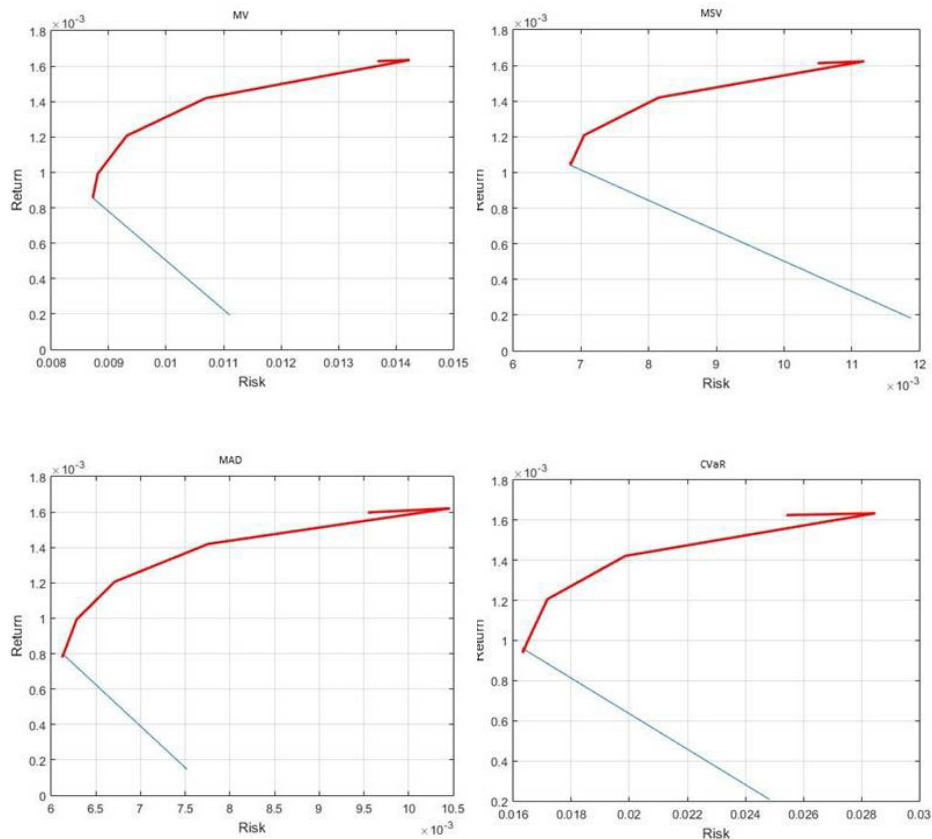
ردیف	نماد	نام شرکت	میانگین بازدهی‌ها	انحراف معیار بازدهی‌ها
۱	بترانس	ایران ترانسفو	۰/۰۰۱۸۲۹۲۵۹	۰/۰۲۳۵۸۷۱۸۸
۲	خودرو	ایران خودرو	۰/۰۰۰۹۷۹۰۵۹	۰/۰۲۷۸۴۱۳۷۱
۳	ویصادر	بانک صادرات	۰/۰۰۱۰۴۳۵۹۱	۰/۰۱۶۴۱۶۱۳
۴	ویملت	بانک ملت	۰/۰۰۰۲۵۷۲۶۲	۰/۰۲۴۰۰۷۱۱۴
۵	ومعادن	توسعه معادن و فلزات	۰/۰۰۰۸۴۵۹۶۹	۰/۰۱۹۱۳۹۷۶
۶	خساپا	سایپا	۰/۰۰۱۵۶۲۰۹۷	۰/۰۳۲۰۷۰۱۶۷
۷	ویبانک	سرمایه‌گذاری توسعه ملی	۰/۰۰۱۶۴۲۱۲۷	۰/۰۱۹۳۰۳۶۴۳
۸	کگل	معدنی و صنعتی گل گهر	۰/۰۰۰۹۵۲۶۱۶	۰/۰۱۶۱۰۳۴۱۱
۹	وصندوق	سرمایه‌گذاری صندوق بازنشتگی	۰/۰۰۱۳۳۹۰۶۳	۰/۰۱۶۰۱۶۸۰۵
۱۰	وغدیر	سرمایه‌گذاری غدیر	-۰/۰۰۰۰۲۱۶۳۱	۰/۰۲۲۲۸۹۰۵۳
۱۱	ونفت	سرمایه‌گذاری صنعت نفت	۰/۰۰۱۱۰۲۶۷۱	۰/۰۲۴۳۵۸۲۵۸
۱۲	فاذر	صنایع آذرب	۰/۰۰۱۵۴۳۴۳۱	۰/۰۲۶۶۴۶۰۹۹
۱۳	فخوز	فولاد خوزستان	۰/۰۰۰۹۶۸۵۱۱	۰/۰۱۷۲۶۷۳۵۱
۱۴	فولاد	فولاد مبارکه اصفهان	۰/۰۰۰۶۹۵۹۸۹	۰/۰۱۷۵۳۳۶۶۱
۱۵	خبهمن	گروه بهمن	۰/۰۰۰۴۲۶۴۷۲	۰/۰۲۴۴۹۹۷۵۹
۱۶	رمپنا	گروه مپنا	۰/۰۰۱۵۵۰۰۸۵	۰/۰۲۰۱۵۳۵۰۴
۱۷	ولساپا	لیزینگ رایان سایپا	۰/۰۰۱۰۲۰۱۰۰	۰/۰۲۴۶۸۳۴۰۱
۱۸	اخابر	مخابرات ایران	۰/۰۰۰۳۴۳۸۵۸	۰/۰۱۵۷۴۳۱۴۱
۱۹	کچاد	معدنی و صنعتی چادرملو	-۰/۰۰۰۰۹۷۲۵۹	۰/۰۲۳۸۹۵۳۷۲
۲۰	فملی	ملی صنایع مس ایران	۰/۰۰۰۵۴۴۴۵۱	۰/۰۱۷۰۸۱۸۲۲

گفتنی است، روند بهینه‌سازی با استفاده از نرم‌افزار متلب برنامه‌نویسی شده است و داده‌های به‌کاررفته در این مقاله، با استفاده از نرم‌افزار tseclient 2.0 به‌صورت تعدیل‌شده استخراج شده است.

### سبد دارایی بهینه به‌دست آمده از الگوریتم TLBO

با اجرای الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر آموزش و یادگیری، یک رمز کارا شامل ۱۰ سبد روی آن به‌دست آمد. با اندازه‌گیری شاخص شارپ این ۱۰ سبد، بهترین سبد از لحاظ شاخص شارپ،

به‌عنوان سبد بهینه معرفی شد. شکل ۴، مرز کارای به‌دست آمده از طریق الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر آموزش و یادگیری را توسط هر چهار مدل مفروض نشان می‌دهد.



شکل ۴. مرزهای کارای الگوریتم مبتنی بر آموزش و یادگیری

پس از به‌دست آمدن مرز کارای الگوریتم برای هر یک از مدل‌های چهارگانه این پژوهش، شاخص شارپ سبدهای ده‌گانه هر یک از مرزهای کارا محاسبه شد و سبدهای بهینه به‌صورت جدول ۲ به‌دست آمد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، بازدهی مورد انتظار هر چهار سبد، کمابیش یکسان است و عامل تفاوت این چهار رویکرد، به نوعی ریسک اندازه‌گیری شده برای سبدهای به‌دست آمده است که با توجه به تفاوت معیار اندازه‌گیری ریسک در هر چهار مدل، این تفاوت مورد انتظار بود.

جدول ۲. سبدهای بهینه به دست آمده از الگوریتم TLBO

ردیف	نماد	مدل MV*	مدل MSV**	مدل MAD***	مدل CVaR****
۱	بترانس	۰/۱۵	۰/۱۲	۰/۱۵	۰/۱۶
۲	خودرو	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۱	۰/۰۰
۳	وبصادر	۰/۰۷	۰/۰۷	۰/۱۸	۰/۰۶
۴	وبملت	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰
۵	ومعادن	۰/۰۰	۰/۰۱	۰/۰۱	۰/۰۰
۶	خسایا	۰/۰۴	۰/۰۵	۰/۰۳	۰/۰۹
۷	وبانک	۰/۱۸	۰/۲۱	۰/۱۹	۰/۲۱
۸	کگل	۰/۱۵	۰/۰۶	۰/۰۳	۰/۰۹
۹	وصندوق	۰/۱۸	۰/۲۰	۰/۱۹	۰/۱۷
۱۰	وغذیر	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰
۱۱	ونفت	۰/۰۲	۰/۰۱	۰/۰۰	۰/۰۰
۱۲	فازر	۰/۰۶	۰/۰۵	۰/۰۱	۰/۰۰
۱۳	فخوز	۰/۰۳	۰/۱۰	۰/۰۵	۰/۱۱
۱۴	فولاد	۰/۰۱	۰/۰۱	۰/۰۰	۰/۰۰
۱۵	خپهن	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰
۱۶	رمپنا	۰/۱۱	۰/۱۰	۰/۱۳	۰/۰۹
۱۷	ولسایا	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰
۱۸	اخابر	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۱	۰/۰۰
۱۹	کچاد	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰
۲۰	فملی	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۰۰
	بازدهی مورد انتظار	۰/۰۰۱۴	۰/۰۰۱۴	۰/۰۰۱۴	۰/۰۰۱۴
	شاخص ریسک هر مدل	۰/۰۱	۰/۰۱	۰/۰۱	۰/۰۲
	شاخص شارپ	۰/۱۳	۰/۱۷	۰/۱۸	۰/۰۷

\* میانگین واریانس

\*\* میانگین - نیم واریانس

\*\*\* میانگین - قدر مطلق انحرافات

\*\*\*\* ارزش در معرض ریسک شرطی

### مقایسه سبد سهام بهینه الگوریتم TLBO با الگوریتم رقابت استعماری

به منظور بررسی و ارزیابی عملکرد الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر آموزش و یادگیری در مسئله بهینه‌سازی سبد سهام، این الگوریتم با الگوریتم رقابت استعماری<sup>۱</sup> مقایسه می‌شود. برای انجام این مقایسه، از الگوریتم یاد شده با جمعیت اولیه یکسان، الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر آموزش و یادگیری و جمعیت ۴۰ پاسخ، برای یافتن مرز کارا و بهینه‌سازی سبد دارایی استفاده می‌شود.

#### 1. Imperialism competition algorithm

سپس شاخص شارپ این سبدهای بهینه با یکدیگر مقایسه می‌گردد. نتیجه این مقایسه در جدول ۳ به صورت خلاصه نمایش داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، عملکرد الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر آموزش و یادگیری، در هر چهار مدل پیاده‌سازی شده در این پژوهش، نسبت به الگوریتم رقابت استعماری برتری دارد. با توجه به شاخص شارپ اندازه‌گیری شده برای هر روش، این الگوریتم، ۰/۰۱ در روش‌های میانگین - واریانس، میانگین - نیم‌واریانس و میانگین - انحرافات مطلق در مقدار شاخص شارپ سبد بهینه، نسبت به سبد بهینه الگوریتم رقابت استعماری برتری دارد.

جدول ۳. مقایسه عملکرد الگوریتم‌های ICA و TLBO

ICA				TLBO				الگوریتم
CVaR	MAD	MSV	MV	CVaR	MAD	MSV	MV	مدل
۰/۰۰۱۴	۰/۰۰۱۴	۰/۰۰۱۴	۰/۰۰۱۴	۰/۰۰۱۴	۰/۰۰۱۴	۰/۰۰۱۴	۰/۰۰۱۴	بازدهی انتظاری سبد بهینه
۰/۰۲۱۱	۰/۰۰۸۴	۰/۰۰۸۸	۰/۰۱۱۴	۰/۰۱۹۹	۰/۰۰۷۸	۰/۰۰۸۲	۰/۰۱۰۷	ریسک انتظاری سبد بهینه
۰/۰۰۷	۰/۱۷	۰/۱۶	۰/۱۲	۰/۰۷	۰/۱۸	۰/۱۷	۰/۱۳	شاخص شارپ سبد بهینه

### مقایسه زمان حل مسئله توسط الگوریتم‌های TLBO و رقابت استعماری

با توجه به این که زمان اجرای الگوریتم در الگوریتم‌های فراابتکاری اهمیت فراوانی دارد، زمان مورد نیاز الگوریتم‌های بهینه‌سازی مبتنی بر آموزش و یادگیری و الگوریتم رقابت استعماری در هر چهار مدل با استفاده از دستور تیک - تاک در نرم‌افزار متلب اندازه‌گیری و مقایسه شد. شایان ذکر است که هر دو الگوریتم، روی یک جامعه آماری، با تعداد جمعیت اولیه یکسان و به کمک سیستم سخت‌افزاری یکسان پیاده‌سازی شدند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، الگوریتم مورد بررسی در این مقاله، عملکرد بهتری از نظر زمان لازم برای پیدا کردن سطح کارایی مسئله بهینه‌سازی سبد دارایی دارد و به نظر می‌رسد برای حل این مسئله، الگوریتم بهتری باشد.

جدول ۴. مقایسه زمان اجرای الگوریتم‌های ICA و TLBO

ICA				TLBO				الگوریتم
CVaR	MAD	MSV	MV	CVaR	MAD	MSV	MV	مدل
۳۰۵/۱۴	۳۱۱/۲۴	۲۷۱/۴۲	۲۵۳/۵۵	۲۱۸/۸۸	۲۱۴/۵۰	۲۰۱/۹۴	۱۹۴/۴۱	زمان اجرای الگوریتم (ثانیه)

### نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این مقاله، به بهینه‌سازی سبد دارایی با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر آموزش و یادگیری پرداخته شد. به‌منظور بهینه‌سازی سبد سهام، در این تحقیق از چهار سنج و معیار ارزیابی ریسک (واریانس، انحرافات کل از میانگین، نیم‌واریانس و ارزش در معرض ریسک مشروط) استفاده شد. همچنین، مسئله بهینه‌سازی سبد سهام به کمک مدل معرفی شده هری مارکوویتز مدل‌سازی شد. استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر آموزش و یادگیری برای حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام تا کنون پیاده‌سازی نشده بود و در این مقاله برای اولین بار الگوریتم یاد شده در بورس اوراق بهادار تهران به کار گرفته شد. نتایج به‌دست آمده، حاکی از کارایی و توانایی این الگوریتم در به‌دست آوردن سطح کارایی از سبد دارایی‌هاست. با مقایسه سبدهای بهینه و مرزهای کارایی به‌دست آمده توسط این الگوریتم و الگوریتم رقابت استعماری، مشاهده می‌شود که الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر آموزش و یادگیری، عملکرد نسبتاً بهتری دارد؛ چراکه سبدهای به‌دست آمده توسط این الگوریتم، مقدار بالاتری از شاخص ارزیابی عملکرد پرتفولیوی شارپ را کسب کردند. همچنین، با مقایسه زمان اجرای الگوریتم‌های یاد شده در شرایط کاملاً یکسان، مشاهده شد که الگوریتم منتخب در این تحقیق در زمان کمتری به حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام می‌پردازد و در نتیجه الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر آموزش و یادگیری، سبد سهام بهتری را در زمان کمتری نسبت به الگوریتم رقابت استعماری به‌دست می‌آورد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که الگوریتم بهینه‌سازی مبتنی بر آموزش و یادگیری، دارای کارایی و توانایی مناسب برای حل این مسئله است.

### فهرست منابع

- اسلامی بیدگلی، غ.؛ هیبتی، ف. (۱۳۷۵). مدیریت پرتفوی با استفاده از مدل شاخصی. *فصلنامه تحقیقات مالی*، ۳(۱)، ۲۵-۶.
- تهرانی، ر.؛ نوربخش، ع. (۱۳۹۲). *تئوری‌های مالی (مدیریت مالی پیشرفته)*. تهران: انتشارات نگاه دانش.
- راعی، ر. (۱۳۷۷). *طراحی مدل سرمایه‌گذاری مناسب در سبد سهام با استفاده از هوش مصنوعی (شبکه‌های عصبی)*. پایان‌نامه دوره دکتری، دانشکده مدیریت دانشگاه تهران.
- راعی، ر.؛ علی بیکی، ه. (۱۳۸۹). بهینه‌سازی پرتفوی سهام با استفاده از روش حرکت تجمعی ذرات. *فصلنامه تحقیقات مالی*، ۱۲(۳۹)، ۴۰-۲۱.
- قدوسی، س.؛ تهرانی، ر.؛ بشیری، م. (۱۳۹۴). بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از روش تبرید شبیه‌سازی شده. *فصلنامه تحقیقات مالی*، ۱۷(۹)، ۱۵۸-۱۴۱.



گرکز، م.؛ عباسی، ا.؛ مقدسی، م. (۱۳۸۹). انتخاب و بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم ژنتیک بر اساس تعاریف متفاوتی از ریسک. مدیریت صنعتی، ۵(۱۱)، ۱۳۶-۱۱۵.

نویدی، ح.؛ نجومی، ا.؛ میرزا زاده، ح. (۱۳۸۸). تشکیل پرتفوی بهینه در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از الگوریتم‌های ژنتیک. تحقیقات اقتصادی، ۴۴(۴)، ۲۶۲-۲۴۳.

Anagnostopoulos, K.P., Mamanis, G. (2010). A portfolio optimization model with three objectives and discrete variables. *Computers & Operations Research*, 37 (7), 1285-1297.

Beale, E. M. L. & Forest, J. J. H. (1976). Global optimization using special ordered sets. *Mathematical Programming*, 10 (1), 52-69.

Bertsimas, D., Shioda, R. (2009). Algorithm for cardinality-constrained quadratic optimization. *Computational Optimization and Applications*, 43(1), 1-22.

Chang, T. J., Meade, N., Beasley, J. E. & Sharaiha, Y. M. (2000). Heuristics for cardinality constrained portfolio optimization. *Computers & Operations Research*, 27 (13), 1271-1302.

Deng, G. F., Lin, W. T. & Lo, C. C. (2012). Markowitz-based portfolio selection with cardinality constraints using improved particle swarm optimization. *Expert Systems with Applications*, 39 (4), 4558 – 4566.

Fernandez, A. & Gomez, S. (2007). Portfolio Selection Using Neural Networks. *Computer & Operation Research*, 34(4), 1177-1191.

Ghodusi, S., Tehrani, R. & Bashiri, M. (2015). Portfolio optimization with simulated annealing algorithm. *Journal of Financial Research*, 17(9), 141-158.

Gulpinar, N., An, L.T.H., Moeini, M. (2010). Robust investment strategies with discrete asset choice constraints using DC programming. *Optimization*, 59(1), 45-62.

Jia, J., Dyer, J. S. (1996). A Standard Measure of Risk and Risk-Value Models, *Management Science*, 42(12), 1691-1705.

Markowitz, H. M. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1) 77-91.

Navidi, H., Nojoomi, A., Mirzazadeh, H. (2009). Portfolio Selection in Tehran Stock Exchange Market with a Genetic Algorithm. *Journal of Economic Research*, 44(4), 243-262. (in Persian)

Raei, R. & Alibeiki, H. (2010). Portfolio optimization using particle swarm optimization method. *Financial Research*, 12 (29), 21-40. (in Persian)

Rao, R. V., Savsani, V. J. & Vakharia, D. P. (2012). Teaching-learning-based optimization: an optimization method for continuous non-linear large scale problems. *Information sciences*, 183(1), 1-15.

- Shaw, D.X., Liu, S. & Kopman, L. (2008). Lagrangian relaxation procedure for cardinality-constrained portfolio optimization. *Optimization Methods & Software*, 23(3), 411-420.
- Soleimani, H., Golmakani, H.R., Salimi, M.H. (2009). Markowitz-based portfolio selection with minimum transaction lots, cardinality constraints and regarding sector capitalization using genetic algorithm. *Expert Systems with Applications*, 36(3), 5058-5063.
- Tehrani, R., Noorbakhsh, A. (2012). Financial Theories (Advanced Financial Management). Tehran, Negah-e-Danesh Publications. (in Persian)
- Vielma, J.P., Ahmed, S., Nemhauser, G.L. (2008). A lifted linear programming branch-and-bound algorithm for mixed-integer conic quadratic programs. *INFORMS Journal on Computing*, 20(3), 438-450.
- Woodside-Oriakhi, M., Lucas, C., Beasley, J.E. (2011). Heuristic Algorithms for The Cardinality Constrained Efficient Frontier. *European Journal of Operational Research*, 213(3), 538-550.

